ВТУ “Т. Каблешков”

СЛУЧАЙНИ СЪБИТИЯ И ВЕЛИЧИНИ В НАДЕЖДНОСТТА

доц. Атмаджова

- **Случайно събитие**

- **Съвместими (несъвместими) събития**

- **Зависими (независими) събития**

- **Пълна група събития**

Събитие **A** и противоположното му събитие = пълна група

- **Сума от събитията**

A1, A2, A3, ……. An, $\rightarrow$ $$A = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$$

- **Произведение на събитията**

A1, A2, A3, ……. An, $\rightarrow$ $$A = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$$

Вероятност на събитието P(A) $\rightarrow$ $0 \le P(A) \le 1$

- при несъвместими събития

$$P(A) = P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

- „теорема за събиране на вероятностите", за несъвместими събития

- при независими събития

$$P(A) = P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i)$$

- „теорема за умножаване на вероятностите", за независими събития

- при зависими събития

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = P(A_1).P(A_2/A_1).P(A_3/A_1A_2)...P\left(A_n / \bigcap_{i=1}^{n-1} A_i\right)$$

Означението **P(A/B)** $\rightarrow$ условна вероятност

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

където **m** – бр. реализирани събития; n – общ брой.

$$\hat{P}(A)=\frac{\hat{m}}{n}$$

Нека $\mathbf{H_1}$, $\mathbf{H_2}$, $\mathbf{H_3}$, ……. $\mathbf{H_n}$, $\rightarrow$ пълна група събития

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A/H_i)$$ - „формула за пълната вероятност”,

Апостериорна вероятност

$$P(H_i/A)=\frac{P(H_i)P(A/H_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A/H_i)}$$ - „формула на Бейс”,

Случайна величина
Дискретна случайна величина
Непрекъсната случайна величина
Функция („интегрална функция”) на разпределение F(x)

$$F(x) = P(X < x) \qquad 0 \le F(x) \le 1$$

Плътност (диференциална плътност) на разпределение f(x)

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} = \frac{dF(x)}{dx}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \qquad F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$

(a, b] $$P(a < x \le b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx$$

$P_i = P(X = x_i)$ X_i $\rightarrow$ **ред на разпределение**

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = 1 \qquad F_i(x) = \sum_{i:X_i<x}^{n} P_i$$

Условна плътност на разпределението („интензивност на отказите”)

$$\lambda(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)}$$

Математическо очакване (средна стойност)

$$m_x = E[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$$

$$m_x = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

Началните моменти на случайната величина от к$^{-ти}$ ред:

$$\alpha_k = E[X^k] = \sum_{i=1}^{n} x_i{}^k P_i$$

$$\alpha_k = E[X^k] = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x) dx$$

$$\alpha_1 = m_x$$

$$E[c] = c$$

$$E[cx] = cE[X]$$

$$E[c + X] = c + E[X]$$

Дисперсия

$$D_x = D[X] = E\left[\overset{o}{X}{}^2\right] = \sum_{i=1}^{n}(x_i - m_x)^2 P_i$$

$$D_x = D[X] = E\left[\overset{o}{X}{}^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty}(x - m_x)^2 f(x)dx$$

където

$\overset{o}{X} = X - m_x$ $\rightarrow$ центрирана (спрямо математическото очакване) на случайната величина

Централни моменти

$$\mu_k = E\left[X^k\right] = \sum_{i=1}^{n}(x_i - m_x)^k P_i$$

$$\mu_k = E\left[X^k\right] = \int_{-\infty}^{\infty}(x - m_x)^k f(x)dx$$

Дисперсията е централен момент от 2-ри ред ($\mu_2 = D$)

$$D[c] = 0$$

$$D[cX] = c^2 D[X]$$

$$D[c + X] = D[X]$$

Връзка между началните и централните моменти

$$\mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^{\ 2}$$

$$\mu_3 = \alpha_3 - 3\alpha_2\alpha_1 + \alpha_1^{\ 3}$$

$$\mu_4 = \alpha_4 - 4\alpha_3\alpha_1 + 6\alpha_2\alpha_1^{\ 2} - 3\alpha_1^{\ 4}$$

Средноквадратично отклонение (стандартно) отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}$$

Коефициент на вариация

$$v_x = \frac{\sigma_x}{m_x}$$

Асиметрия

$$A = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

Ексцес (стръмност)

$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

Медиана X_{ME} (средновероятна форма)

$$P(X \le X_{ME}) = P(X \ge X_{ME})$$

т.е. $$F(X_{ME}) = 0,5$$

Мода X_{MO}

$$X_{MO} = \arg[\max f(x)]$$

Разах

$$R = x_{max} - x_{min}$$

Квантил α

$$F(x_{\alpha}) = P(X < x_{\alpha}) = \alpha$$

където

$$x_{\alpha} = \arg[F(x_{\alpha}) = \alpha]$$

Благодаря за вниманието!

dba55@abv.bg