ВТУ “Т. Каблешков”

Надеждност на цилиндрични винтови пружини на етапа на конструирането им

доц. Атмаджова

Известен е метод [1,2] за определяне вероятността за безотказна работа на цилиндрични винтови пружини работещи на натиск на етапа на конструкцията им, при който:

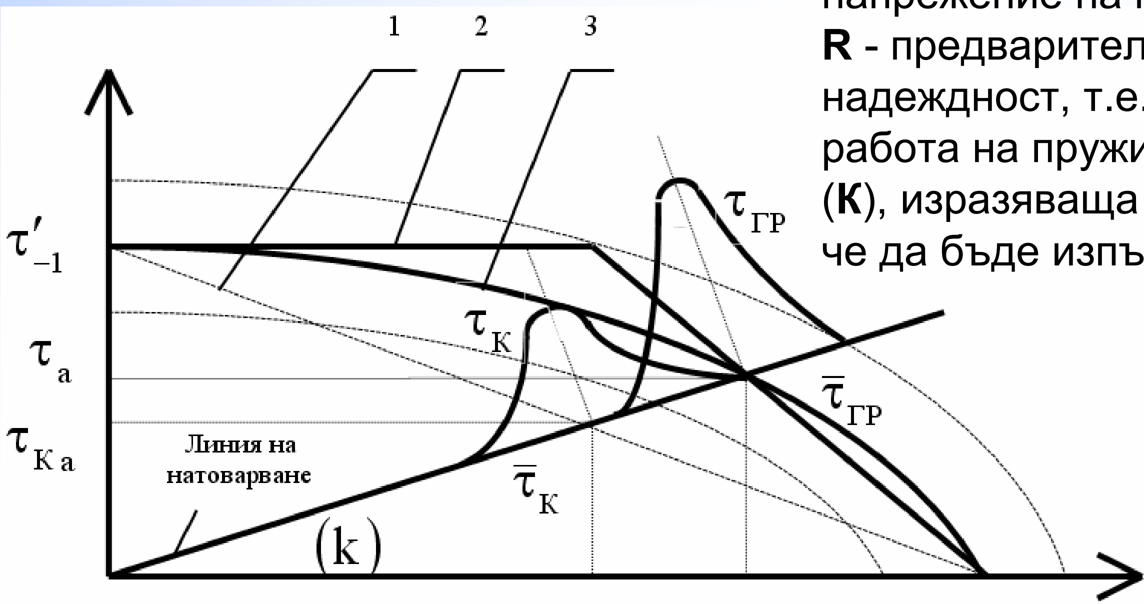
-по зададени геометрични параметри и стойности на натоварване може да се определи стойността на вероятността на безотказна работа, или

- по зададени вероятност за безотказна работа и натоварване може да се определят необходимите геометрични параметри на пружините.

Вероятността за безотказна работа на пружините има следния вид:

(1) $$P_K(\tau_{ГР} > \tau_K) = R$$

$\tau_{ГР}$-границата на якостта на умора на пружини материали при определен режим на натоварване ;
τ_K - максималното конструктивно тангенциално напрежение на пружините;
R - предварително определено ниво на надеждност, т.е. вероятността за безотказна работа на пружина при определено натоварване (**К**), изразяваща вероятността със стойност **R** така, че да бъде изпълнено условието ($\tau_{ГР} > \tau_K$).



фиг.1

1. линия на якост на разрушаване при усукване;
2. модифицирана линия на разрушаване наречена линия на Goodman;
3. крива на Gerber

Получените експериментални данни в [1] потвърждават използването на параболична линия на умора (разрушаване) наречена линия на Gerber със следното уравнение:

(2) $$\left(\frac{\tau_m}{\tau_B}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau'_{-1}}\right)^2 = 1$$

τ_m и τ_a - компоненти на $\tau_{ГР}$ съответно средна и амплитудна стойност;
τ'_{-1} - границата на якост на умора на пружини при симетричен цикъл на натоварване;
τ_B - статична якост на срязване на пружинна стомана.

Границата на якостта на умора при определен цикъл на натоварване:

(3) $$\tau_{ГР} = \sqrt{\tau_m^2 + \tau_a^2} = \tau_m.\sqrt{1 + k^2}$$

k - коефициент на натоварването.

k = τ_a/τ_m.

Замествайки τ_m от уравнение (3) в уравнение (2) за $\tau_{ГР}$ се получава

(4) $$\tau_{ГР} = \frac{k.\sqrt{1+k^2}.\tau_B}{2.\tau'_{-1}}.\left[\sqrt{1 + \left(\frac{2.\tau'_{-1}}{k.\tau_B}\right)^2} - 1\right]$$

τ_B и σ_B са с нормално разпределение, т.е. $\tau_B N\left(\bar{\tau}_B, S\tau_B\right)$ и $\sigma_B\left(\bar{\sigma}_B, S\sigma_B\right)$

Връзката между тях е:

(5) $$\bar{\tau}_B = 0{,}6.S\bar{\sigma}_B; \qquad S\sigma_B = 0{,}05.\bar{\sigma}_B; \qquad \nu_{\tau_B} = 0{,}05$$

Граница на якостта на умора за пружини при симетричен цикъл на натоварване

(6) $$\bar{\tau}'_{-1} = \left[\prod_{i=1}^{6} k_i\right].\bar{\sigma}_B$$

k_i - коефициенти на материала и конструкцията, смятани като произволни променливи величини и според [1] имащи следните стойности:

$$k_1 \sim N(0{,}40; 0{,}0125)$$

k_1 - изразява отношението на разрушаващото напрежение на опън за образеца към разрушаващото напрежение на опън за материала;

$$k_2 \sim N(0{,}55; 0{,}0125)$$

k_2 - изразява отношението на разрушаващото тангенциално напрежение на срязване на образеца към разрушаващото напрежение на опън за материала

$$k_3 \sim N(\bar{k}_3; Sk_3)$$

$$k_3 = \frac{4(c-1)}{4c-1} = \frac{4(\bar{D}-\bar{d})}{4\bar{D}-\bar{d}}$$

$$Sk_3 = 0{,}01.\bar{k}_3$$

k_3 - коефициента на концентрация на напреже-нието, отчитащ повишаването на напреженията във вътрешните влакна от кривината на навивките

$$k_4.k_5.k_6 = 1$$

k_4, k_5, k_6 - коефициенти съответно на повърхността, размера (мащабен фактор) и температурен коефицент, които приемат детерминирани стойности

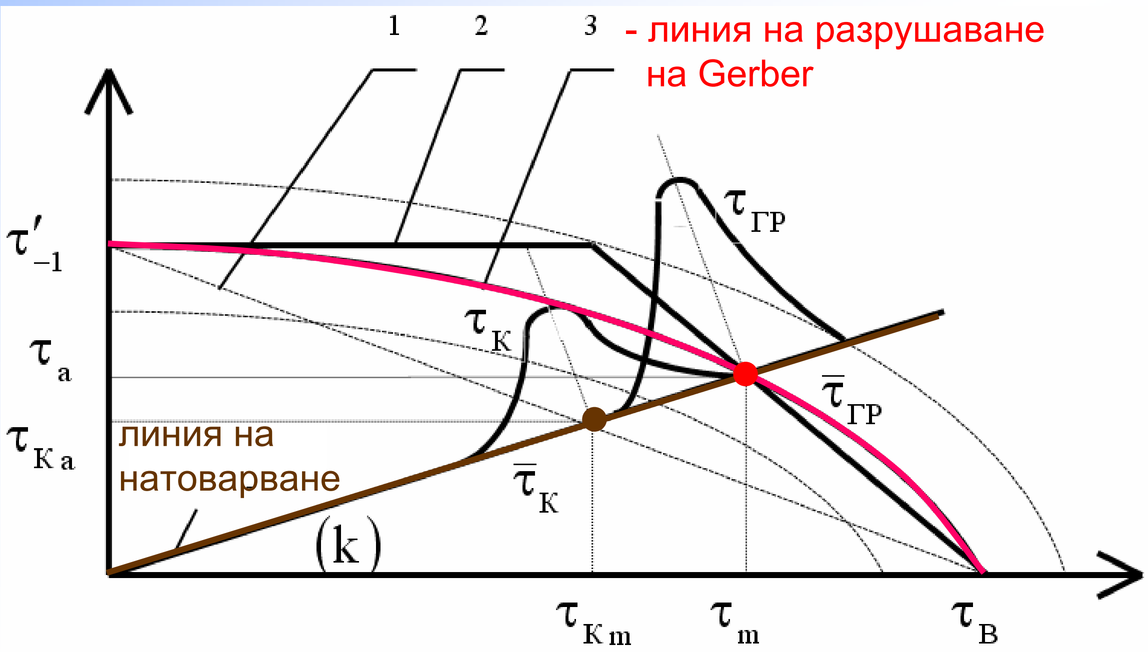
(7) $$\left|\begin{array}{l} \bar{\tau}'_{-1} = 0{,}22.\dfrac{4.(\bar{D}-\bar{d})}{4\bar{D}-\bar{d}}.\bar{\sigma}_B \\[2ex] \nu_{\tau'_{-1}} = \left[(0{,}01)^2 + \left(\dfrac{0{,}0125}{0{,}55}\right)^2 + \left(\dfrac{0{,}0125}{0{,}4}\right)^2 + \left(\dfrac{S\sigma_B}{\bar{\sigma}_B}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \end{array}\right.$$

Статистическо разпределение на границата на якостта на умора на пружини $\tau_{ГР}$ при определен режим на натоварване

Може да бъде получено от уравнения (3), (4) и (6) в следния вид:

$$(8)\quad \begin{cases} \bar{\tau}_{ГР} = \dfrac{k.\sqrt{1+k^2}}{2}.\dfrac{\bar{\tau}_B^2}{\bar{\tau}'_{-1}}.\left[(1+\alpha)^{\frac{1}{2}}-1\right] \\[2ex] \nu_{ГР} = \dfrac{1+\nu_{\tau_B}}{\left(1+\nu'_{\tau-1}\right)\left[(1+\alpha)^{\frac{1}{2}}-1\right]}.\left\{\left[1+\alpha\left(\dfrac{1+\nu'_{\tau-1}}{1+\nu_{\tau_B}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}-1\right\} \end{cases}$$

$$\alpha = \left(\frac{2.\bar{\tau}'_{-1}}{k.\bar{\tau}_B}\right)^2$$



фиг.2

При построяването на права линия наречена линия на натоварването за величината на коефициента на натоварването **k** = τ_{ka}/τ_{km}, където τ_{ka} и τ_{km} са съответно средната и амплитудна стойности на конструктивното тангенциално напрежение τ_k, с начало - началото на координатната система - фиг.1, тя пресича линията на разрушаване на Gerber при границата на якостната умора на ресорна стомана за определения цикъл на натоварване $\tau_{ГР}$

Стойността на конструктивното тангенциално напрежение τ_k лежи на същата линия на натоварване и детерминираната стойност на коефициента на сигурност **n** се изразява с отношението

$$(9)\qquad n = \frac{\tau_{ГР}}{\tau_k}$$

$\tau_{ГР}$ и τ_k са производни променливи величини с нормални разпределения

(10) $\tau_{ГР}\, N\left(\bar{\tau}_{ГР}, S\tau_{ГР}\right)$; $\tau_k\, N\left(\bar{\tau}_k, S\tau_k\right)$ $\bar{\tau}_{ГР}\left(\bar{\tau}_k\right)$ и $S\tau_{ГР}\left(S\tau_k\right)$ са съответно статистическите стойности средна стойност (математическо очакване) и средно квадратично отклонение на $\tau_{ГР}$ или τ_k.

Средния коефициент на сигурност:

(11) $\bar{n} = \dfrac{\bar{\tau}_{ГР}}{\bar{\tau}_k}$

Критерият за не разрушимост по Ржаницин е :

(12) $P_k\left(\tau_{ГР} + \tau_k\right) = 0{,}5 + \Phi\left[\dfrac{1-\bar{n}}{\sqrt{\bar{n}.\nu^2_{\tau_{ГР}} + \nu^2_{\tau_k}}}\right]$

Ф - стандартизирана функция на Лаплас

коефициентите на вариации:

(13) $\nu_{\tau_{ГР}} = \dfrac{S\tau_{ГР}}{\bar{\tau}_{ГР}}$ и $\nu_{\tau_k} = \dfrac{S\tau_k}{\bar{\tau}_k}$

Средното конструктивно тангенциално напрежение на цилиндрични винтови пружини натоварени с вертикален товар се изчислява по формулата:

(14) $\tau_{km} = \tau_{ГР} = \dfrac{16.P.D}{\pi.d^3}.k_p$

$$k_p = \cos\alpha.\left(0{,}5 + \left(0{,}308 + 0{,}318.\cos^2\alpha\right).c^{-1} + \right.$$
$$\left. + \left(0{,}356 + 0{,}082.\cos^2\alpha\right).\cos^2\alpha.c^{-2}\right)$$

P - натоварване на пружината;
D - среден диаметър на пружината;
d - диаметър на прътовия материал;
k_p- коефициент, определен при коефициент на Поасон μ **= 0,3**;
α - ъгъл на наклона на навивките;
c - параметър на пружината.

Нормализиране:

(15) $\tau_{km} = 4{,}059.\dfrac{P.D^{0{,}859}}{d^{2{,}859}}$ за $c \geq 4$

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Стойности на интеграла на Лаплас в граници от $-\infty$ до X

X	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,50000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,10	0,53983	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,20	0,57926	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,30	0,61791	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,40	0,65542	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,50	0,69146	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,60	0,72575	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,70	0,75804	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,80	0,78815	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,90	0,81594	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,00	0,84134	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,10	0,86433	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,20	0,88493	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,30	0,90320	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,40	0,91924	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,50	0,93319	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,60	0,94520	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,70	0,95543	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,80	0,96407	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,90	0,97128	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,00	0,97725	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,10	0,98213	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,20	0,98610	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,30	0,98928	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,40	0,99180	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,50	0,99379	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,60	0,99534	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,70	0,99653	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,80	0,99744	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,90	0,99813	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,00	0,99865	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Параметрите $\mathbf{P_m}$, **d** и **D** - произволни променливи с нормално разпределения:

(16) $P_m \sim N(\overline{P}_m, Sp_m); \quad D \sim N(\overline{D}, S_D); \quad d \sim N(\overline{d}, S_d)$

Параметъра **k** се смята за детерминиран (определен).

Конструктивно тангенциално напрежение τ_k също има нормално разпределение

$$\overline{\tau}_k = 4{,}059.\sqrt{1+k^2}.\frac{\overline{P}_m.\overline{D}^{0{,}859}}{\overline{d}^{2{,}859}}$$

(17) $\tau_k \sim N(\tau_k, S\tau_K)$

(18)
$$\nu_{\tau_k} = \frac{S\tau_k}{\tau_k} = \left[\nu_{Pm}^2 + (0{,}859.\nu_D)^2 + (2{,}859.\nu_d)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

При конструирането на цилиндрични винтови пружини, работещи на натиск:

- Задават се: n, R, P_{max}, P_{min} и **c**;

- Изчисляват се:
$$\overline{P}_m = \frac{P_{max} + P_{min}}{2} \qquad \overline{P}_a = \frac{P_{max} - P_{min}}{2} \qquad k = \frac{\overline{P}_a}{\overline{P}_m}$$

$$\nu_{Pm} = \frac{1}{\overline{P}m}.\frac{1}{2}.\sqrt{\left(\frac{3S_{P_{max}}}{3}\right)^2 + \left(\frac{3S_{P_{min}}}{3}\right)^2} \qquad \nu_{Pa} = \frac{1}{\overline{P}a}.\frac{1}{2}.\sqrt{\left(\frac{3S_{P_{max}}}{3}\right)^2 + \left(\frac{3S_{P_{min}}}{3}\right)^2}$$

- Избира се материал и стандартна тел (от каталози) и се установява σ_B и $S\sigma_B$

$$S_{\sigma_B} = 0{,}033.\overline{\sigma}_B \qquad \overline{\tau}_B = 0{,}6.\overline{\sigma}_B \qquad S_{\tau_B} = 0{,}05.\overline{\tau}_B \qquad \nu_{\tau_B} = 0{,}05$$

- Определят се: $\overline{\tau}_{ГР}, \nu_{\tau_{ГР}}, \nu_{\tau_K}$ и $\overline{n}$

ПРИМЕР

За пружините от буксовото ресорно окачване на талигата ТТ76-1, натоварването, параметрите на пружините и стойността на вероятността за безотказна работа се получават

$$P_{max} = \frac{P_{CT} + P_{Д}}{n_{ПР}} = \frac{33982 + 6527}{2} = 20255\,N \qquad P_{min} = \frac{P_{CT} - P_{Д}}{n_{ПР}} = \frac{33982 - 6527}{2} = 13727{,}5\,N$$

$$S_{P_{max}} = 0{,}033.P_{max} = 0{,}033.20255 = 668{,}4\,N \qquad S_{P_{min}} = 0{,}033.P_{min} = 0{,}033.13727{,}5 = 453\,N$$

$$\overline{P}_m = 0{,}5.(P_{max} + P_{min}) = 0{,}5.(20255 + 13727{,}5) = 16991{,}25\,N \qquad \overline{P}_a = 0{,}5.(P_{max} - P_{min}) = 0{,}5.(20255 - 13727{,}5) = 3263{,}75\,N$$

$$k = \frac{\overline{P}_a}{\overline{P}_m} = \frac{3263{,}75}{16991{,}25} = 0{,}192$$

$$\overline{\sigma}_в = 1373\,MPa; \qquad S_{\sigma_B} = 0{,}033.\overline{\sigma}_B = 0{,}033.1373 = 45{,}309\,MPa;$$

$$\overline{\tau}_в = 0{,}6.\overline{\sigma}_B = 0{,}6.1373 = 823{,}8\,MPa; \qquad S_{\tau_B} = 0{,}05.\overline{\tau}_B = 0{,}05.823{,}8 = 41{,}19\,MPa; \qquad \nu_{\tau_B} = 0{,}05$$

$$\overline{d} = 28.10^{-3}\,m \qquad \Delta\overline{d} = 0\,m \qquad \nu_d = 0$$

$$\overline{D} = 150.10^{-3}\,m \quad \Delta\overline{D} = 5.10^{-3}\,m; \quad \nu_D = 0{,}033.\Delta\overline{D} = 0{,}033.5.10^{-3} = 1{,}64.10^{-4}\,m$$

$$\overline{\tau}'_{-1} = 0{,}22\frac{4.(\overline{D} - \overline{d})}{4.\overline{D} - \overline{d}}.\overline{\sigma}_в = 0{,}22\frac{4.(150 - 28)}{4.150 - 28}.1373 = 257{,}7\,MPa \qquad \alpha = \left(\frac{2.\overline{\tau}'_{-1}}{k.\overline{\tau}_B}\right)^2 = \left(\frac{2.257{,}7}{0{,}192.823{,}8}\right)^2 = 10{,}618$$

$$\nu_{\tau'_{-1}} = \left[(0{,}01)^2 + \left(\frac{0{,}0125}{0{,}55}\right)^2 + \left(\frac{0{,}0125}{0{,}4}\right)^2 + \left(\frac{S_{\sigma_B}}{\overline{\sigma}_B}\right)^2\right]^{1/2} = \left[(0{,}01)^2 + \left(\frac{0{,}0125}{0{,}55}\right)^2 + \left(\frac{0{,}0125}{0{,}4}\right)^2 + \left(\frac{45{,}309}{1373}\right)^2\right]^{1/2} = 0{,}00268$$

$$\bar{\tau}_{ГР} = \frac{k.\sqrt{1+k^2}}{2}.\frac{\bar{\tau}_B^{\,2}}{\bar{\tau}'_{-1}}\left[(1+\alpha)^{1/2}-1\right] = \frac{0,192.\sqrt{1+0,192^2}}{2}.\frac{823,8^2}{257,7}\left[(1+1,618)^{1/2}-1\right] = 620,028\,MPa$$

$$\nu_{\tau ГР} = \frac{(1+\nu_{\tau_B})^2}{(1+\nu_{\tau'_{-1}}).\left[(1+\alpha)^{1/2}-1\right]}.\left\{\left[1+\alpha\left(\frac{1+\nu_{\tau'_{-1}}}{1+\nu_{\tau_B}}\right)^2\right]^{1/2}-1\right\} = \frac{(1+0,05)^2}{(1+0,00268).\left[\sqrt{1+10,618}-1\right]}.\left\{\left[1+10,618\left(\frac{(1+0,00268)}{(1+0,05)}\right)^2\right]^{1/2}-1\right\} = 1,0356$$

$$\bar{\tau}_k = 4,059.\sqrt{1+k^2}.\frac{\bar{P}_m.\bar{D}^{0,859}}{\bar{d}^{2,859}} = 4,059.\sqrt{1+0,192^2}.\frac{16991,25.(150.10^{-3})^{0,859}}{(28.10^{-3})^{2,859}} = 378,74\,MPa$$

$$\bar{n} = \frac{\bar{\tau}_{гр}}{\bar{\tau}_k} = \frac{620,028}{378,74} = 1,637$$

$$\nu_{P_m} = \frac{1}{\bar{P}_m}.\frac{1}{2}.\sqrt{(S_{P_{max}})^2+(S_{P_{min}})^2} = \frac{1}{16991,25}.\frac{1}{2}.\sqrt{668,4^2+453^2} = 0,02376$$

$$\nu_{P_a} = \frac{1}{\bar{P}_a}.\frac{1}{2}.\sqrt{(S_{P_{max}})^2+(S_{P_{min}})^2} = \frac{1}{3263,75}.\frac{1}{2}.\sqrt{668,4^2+453^2} = 0,12369$$

$$\nu_{\tau_k} = \left[\nu_{P_m}^2+(0,859.\nu_D)^2+(2,859.\nu_d)^2\right]^{1/2} = \left[0,02376^2+(0,859.1,64.10^{-4})^2\right]^{1/2} = 0,02376$$

$$R = 0,5+\Phi\left[\frac{1-\bar{n}}{\sqrt{\bar{n}^2.\nu_{\tau_{гр}}^2+\nu_{\tau_к}^2}}\right] = 0,5+\Phi\left[\frac{1-1,637}{\sqrt{1,637^2.1,0356^2+0,02376^2}}\right]$$

$$R = 0,5+\Phi[-0,3757] = 0,5+0,646 = 1,146$$

Вероятността за безотказна работа на пружините от буксовата ресорна степен на талигата ТТ76-1 е 114,6 %.

Благодаря за вниманието!

dba55@abv.bg